6. Skalarprodukt und Größe von Winkeln

Du lernst:

- ☐ Was das Skalarprodukt von Vektoren ist
- ☐ Wie man das Skalarprodukt zweier Vektoren berechnet
- ☐ Wie man den Winkel zweier Vektoren berechnet
- ☐ Wie man prüft, ob zwei Vektoren senkrecht (orthogonal) aufeinander stehen

A: WICHTIGE SÄTZE UND FORMELN

Skalarprodukt

Zwei Vektoren werden so miteinander „verknüpft“ (berechnet), dass als Ergebnis eine ________________ (=Skalar) herauskommt. Dieses Ergebnis der Rechnung nennt man das ___________________________.

Koordinatenschreibweise:

Beispiel: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Definition

____

____

____

Winkel φ zwischen zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$

Gemeint ist damit immer der _______________ der beiden möglichen Winkel. φ ist also immer ___________

Formel:

Beispiel: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

<u>Orthogonalität zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$</u>

Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ heißen ____,

wenn sie einen Winkel von ______ einschließen. Man schreibt ___________________

Für $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mit $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ gilt:

<u>Beachte:</u>

1) Für 0°< φ < 90° gilt $\vec{a} \circ \vec{b} > 0$ und für 90°< φ < 180° gilt $\vec{a} \circ \vec{b} < 0$
2) Es gelten folgende Rechengesetze:
   KG: $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$
   DG: $(\vec{a} + \vec{b}) \circ \vec{c} = \vec{a} \circ \vec{c} + \vec{b} \circ \vec{c}$
   $(r \cdot \vec{a}) \circ \vec{b} = r \cdot (\vec{a} \circ \vec{b})$
   $\vec{a} \circ \vec{a} \geq 0$
   Warum macht das AG bei Vektoren keinen Sinn?

<u>Beispiel:</u>

a) Prüfen Sie, ob die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}5 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ senkrecht aufeinander stehen.

b) Bestimmen Sie die fehlende Koordinate von $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ b_2 \\ 2 \end{pmatrix}$ so, dass $\vec{a} \perp \vec{b}$.

<u>Übungsaufgaben aus dem Buch:</u>
*S.108f/2c, d; **4b**; **6c**; **7**; **8c,d**;   **S.108f/ **10**; 11; 12; **13; 20 (Parameter)**

B: BEGRÜNDUNGEN, HERLEITUNGEN

Was ist das Skalarprodukt?